

POURCENTAGES

I – PROPORTIONNALITÉS (RAPPELS)

Définition : Deux séries de nombres sont proportionnelles quand on peut passer de la première à la seconde en multipliant la première par un nombre constante et non nul.

Propriété : Soient quatre nombres a, b, c et d . Le tableau ci-contre est un tableau de proportionnalité si et seulement si $a \times d = c \times b$.

a	b
c	d

Propriété : Si on connaît trois des quatre nombres d'un tableau de proportionnalité (a, b et c), on peut toujours calculer le quatrième nombre x .

$$x = \frac{b \times c}{a}$$

a	b
c	x

Le nombre x est appelé la quatrième proportionnelle.

II – PROPORTION ET POURCENTAGES

Définition : On considère un ensemble E de N éléments et un sous-ensemble A de E de n éléments. La proportion de A par rapport à E est

$$p = \frac{n}{N}$$

Cette proportion de A par rapport à E exprimée en pourcentage est

$$t = \frac{100 \times n}{N} = 100 \times p$$

Propriété : Proportion de proportion

On considère un ensemble E , un sous-ensemble A de E et un sous-ensemble B de A :

- La proportion de A par rapport à E est p_A
- La proportion de B par rapport à E est p_B

Alors la proportion des éléments de B dans E est $p_A \times p_B$

Conséquence : Si A représente $t_A\%$ de E et B représente $t_B\%$ de A , alors B représente $t\%$ de E tel que

$$\frac{t}{100} = \frac{t_A}{100} \times \frac{t_B}{100}$$

III – POURCENTAGES D'ÉVOLUTION

Dans la suite du cours, on considère une quantité passant d'une valeur V_0 à une valeur V_1 .

Définition : Le coefficient multiplicateur CM est le nombre par lequel il faut multiplier V_0 pour obtenir V_1 :

$$V_1 = CM \times V_0 \qquad CM = \frac{V_1}{V_0}$$

Propriété : Le coefficient multiplicateur est supérieur à 1 dans le cas d'une augmentation et inférieur à 1 dans le cas d'une diminution.

Définition : Le taux d'évolution entre V_0 et V_1 est

$$\frac{V_1 - V_0}{V_0} \quad \text{soit en pourcentage : } 100 \times \frac{V_1 - V_0}{V_0}$$

Propriété : Le taux d'évolution est positif dans le cas d'une augmentation et négatif dans le cas d'une diminution.

Propriété : Si t est le taux d'évolution entre V_0 et V_1 alors : $V_1 = (1 + t)V_0$

Si t est exprimé en pourcentage :

$$V_1 = \left(1 + \frac{t}{100}\right)V_0$$

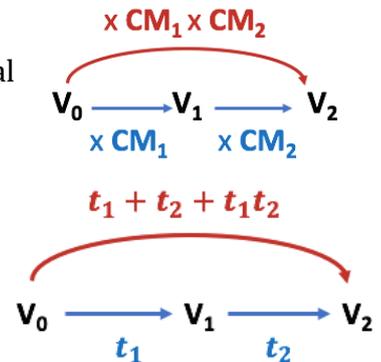
Propriété : Le taux d'évolution t et le coefficient multiplicateur CM sont reliés par la relation :

$$CM = 1 + t$$

Si t est exprimé en pourcentage :

$$CM = 1 + \frac{t}{100}$$

Propriété : Lors d'évolutions successives, le coefficient multiplicateur global est égal au produit des coefficients multiplicateurs de chaque évolution.



Le taux d'évolution cumulé est : $t_1 + t_2 + t_1 t_2$

Soit en pourcentage :

$$t_1 + t_2 + \frac{t_1 t_2}{100}$$

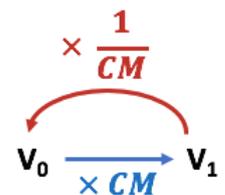
IV – ÉVOLUTION RÉCIPROQUE

Définition : On considère une quantité passant d'une valeur V_0 à une valeur V_1 .

Son évolution réciproque est celle qui fait passer la quantité de la valeur V_1 à la valeur V_0 .

Propriété : Soit CM le coefficient multiplication d'une évolution et soit CM' le coefficient multiplication de son évolution réciproque. Alors

$$CM' = \frac{1}{CM} \quad \text{et donc} \quad CM \times CM' = 1$$



Propriété : Soit t et t' les taux d'évolution correspondant à une évolution et à sa réciproque.

$$(1 + t)(1 + t') = 1$$

Avec des taux exprimés en pourcentage, l'égalité devient :

$$\left(1 + \frac{t}{100}\right)\left(1 + \frac{t'}{100}\right) = 1$$

