# SUITES GÉOMÉTRIQUES

**Définition** : Soit $q$ un nombre réel strictement positif. Une suite $(u_n)$ de terme initial strictement positif est géométrique de raison $q$ lorsque pour tout nombre entier naturel $n$, $u_{n+1} = q \times u_n$. Chaque terme de la suite s'obtient en multipliant un même nombre réel au précédent terme.

Si $u_0$ est le terme initial → $\boxed{u_0} \xrightarrow[\times q]{} \boxed{u_1} \xrightarrow[\times q]{} \boxed{u_2} \rightarrow \rightarrow \boxed{u_n} \xrightarrow[\times q]{} \boxed{u_{n+1}} \rightarrow$

**Exemple** : La suite $(u_n)$ définie pour tout entier naturel $n$ par $u_{n+1} = 3 \times u_n$ et $u_0 = 7$ est une suite géométrique de raison 3 et de premier terme $u_0 = 7$.

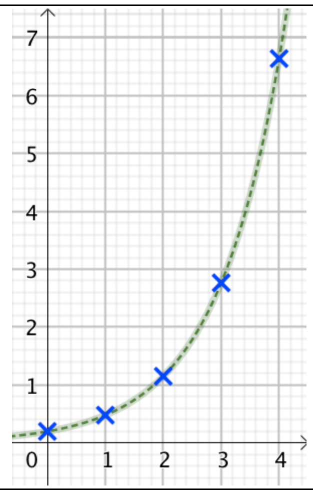
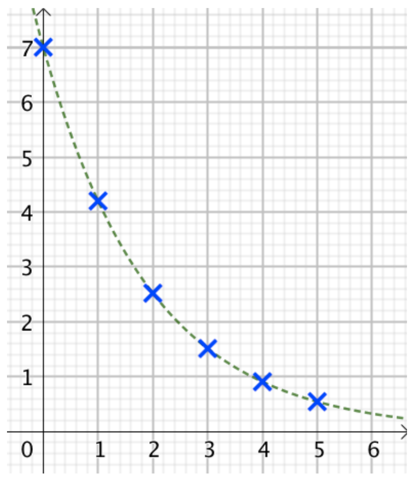
**Propriété** : Une suite $(u_n)$ est géométrique si et seulement si pour tout entier naturel $n$, le quotient $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ est constant, c'est-à-dire qu'il ne dépend pas de $n$. Alors la raison de la suite est égale à $\frac{u_{n+1}}{u_n}$.

**Sens de variation d'une suite arithmétique** : Soit une suite géométrique $(u_n)$ de raison $q$

- Si $q > 1$ alors $(u_n)$ est croissante : C'est-à-dire que pour tout $n$, $u_n < u_{n+1}$
- Si $0 < q < 1$ alors $(u_n)$ est décroissante : C'est-à-dire que pour tout $n$, $u_n > u_{n+1}$
- Si $q = 1$ alors $(u_n)$ est constante : C'est-à-dire que pour tout $n$, $u_n = u_0$

| Suite croissante | Suite décroissante |
|---|---|
| $u_0 = 3$<br>$u_{n+1} = 2u_n$<br>$u_1 = 6 \quad u_2 = 12 \quad u_3 = 24 \quad u_4 = 48 \quad \ldots$<br>La suite prend des valeurs de plus en plus grandes | $u_0 = 64$<br>$u_{n+1} = 0{,}5 \times u_n$<br>$u_1 = 32 \quad u_2 = 16 \quad u_3 = 8 \quad u_4 = 4 \quad \ldots$<br>La suite prend des valeurs de plus en plus petites |

**Représentation graphique d'une suite géométrique $(u_n)$ de raison $q$ :**

| Si $q > 1$ alors le nuage des points de coordonnées $(n, u_n)$ est sur une courbe exponentielle croissante. | Si $q < 1$ alors le nuage des points de coordonnées $(n, u_n)$ est sur une courbe exponentielle décroissante. |
|---|---|
| $\boldsymbol{u_{n+1} = 0,2 \times 2,4^n}$ | $\boldsymbol{u_{n+1} = 7 \times 0,6^n}$ |
|  |  |

Cette courbe n'est jamais une droite sauf si la suite est constante ($q = 1$).