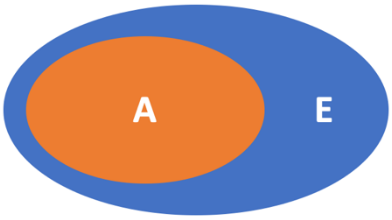
PROBABILITÉS CONDITIONNELLES

I. PROPORTIONS

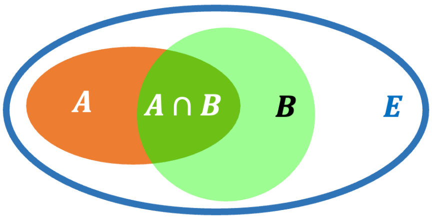


Inclusion : Soit E un ensemble ayant n_E éléments. Soit A un sous-ensemble de E ayant n_A éléments. On a: $0 \leq n_A \leq n_E$. On écrit : $A \subset$ E qui se lit : « A inclus dans E »

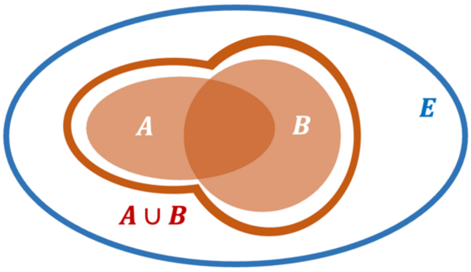
Définition : Soit E un ensemble ayant n_E éléments. Soit A un sous-ensemble de E ayant n_A éléments. La proportion de A par rapport à E est le nombre :

Remarque : $\quad 0 \leq \dfrac{n_A}{n_E} \leq 1$

La proportion de A par rapport à E exprimée en pourcentage est $100 \times \frac{n_A}{n_E}$



Intersection : Soient A et B deux sous-ensembles d'un ensemble E. L'intersection de A et de B, qui s'écrit $A \cap B$ et qui se lit « A inter B », est le sous-ensemble des éléments appartenant à la fois à A et à B.

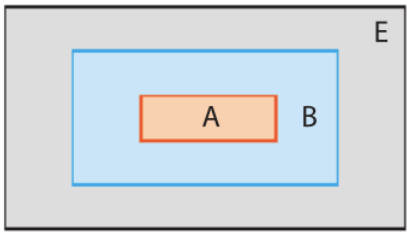


Union : Soient A et B deux sous-ensembles d'un ensemble E. L'intersection de A et de B, qui s'écrit $A \cup B$ et qui se lit « A union B », est le sous-ensemble des éléments appartenant à A ou à B ou aux deux.

Définition : Si deux sous-ensembles A et B n'ont aucun élément en commun, on dit qu'ils sont disjoints et on note $A \cap B = \emptyset$. $\emptyset$ est l'ensemble vide.

Propriété : Soient A et B deux sous-ensembles de E. p_A : proportion de A dans E. p_B : proportion de B dans E. $p_{A\cap B}$: proportion de $A \cap B$ dans E. $p_{A\cup B}$: proportion de $A \cup B$ dans E. Alors :

$$p_{A\cup B} + p_{A\cap B} = p_A + p_B$$



Propriété : Soient A et B deux sous-ensembles de E tels que $A \subset B$.
Si p_A est la proportion de A dans B et p_B est la proportion de B dans E, alors la proportion de A dans E est $p_A \times p_B$.

II. TABLEAUX CROISÉS

Dès que l'on souhaite étudier un ensemble d'éléments d'après deux de leurs caractères, on doit réaliser un tableau croisé.

	Admis	Recalés	Total
Garçons	317 779	47 905	365 684
Filles	346 187	27 262	373 449
Total	663 966	75 167	739 133

Total de la colonne « Admis »

Effectif total

Total de la ligne « Filles »

Fréquences marginales : À partir d'un tableau croisé, on obtient le tableau des fréquences (ou proportions) marginales, en divisant chaque case du tableau par l'effectif total.

	Admis	Recalés	Total
Garçons	317 779	47 905	365 684
Filles	346 187	27 262	373 449
Total	663 966	75 167	739 133

Exemple : $346\,187 \div 739\,133 \approx 0,4684$

	Admis	Recalés	Total
Garçons	0,4299	0,0648	0,4947
Filles	0,4684	0,0369	0,5053
Total	0,8983	0,1017	1

Fréquences conditionnelles par <u>LIGNE</u> :
On divise l'effectif de chaque case par l'effectif total de la ligne correspondante.

1) On ne peut pas additionner les fréquences dans une même colonne.
2) La somme des fréquences sur une même ligne est égale à 1.

	Admis	Recalés	Total
Garçons	317 779	47 905	365 684
Filles	346 187	27 262	373 449
Total	663 966	75 167	739 133

	Admis	Recalés	Total
Garçons	$\frac{317\,779}{365\,684} \approx 0,8690$	$\frac{47\,905}{365\,684} \approx 0,1310$	1
Filles	$\frac{346\,187}{373\,449} \approx 0,9270$	$\frac{27\,262}{373\,449} \approx 0,0730$	1

Fréquences conditionnelles par <u>COLONNE</u> :
On divise l'effectif de chaque case par l'effectif total de la colonne correspondante.

1) On ne peut pas additionner les fréquences dans une même ligne.
2) La somme des fréquences sur une même colonne est égale à 1.

	Admis	Recalés	Total
Garçons	317 779	47 905	365 684
Filles	346 187	27 262	373 449
Total	663 966	75 167	739 133

	Admis	Recalés
Garçons	$\frac{317\,779}{663\,966} \approx 0,4786$	$\frac{47\,905}{75\,167} \approx 0,6373$
Filles	$\frac{346\,187}{663\,966} \approx 0,5214$	$\frac{27\,262}{75\,167} \approx 0,3627$
Total	1	1

III. PROBABILITÉS : RAPPELS SECONDE

- Une expérience est dite aléatoire lorsqu'elle a plusieurs issues (ou résultats) possibles et que l'on ne peut ni prévoir, ni calculer laquelle de ces issues sera réalisée.

- L'univers d'une expérience aléatoire est l'ensemble de toutes ses issues (résultats) possibles. Exemple : le résultat du lancement d'un dé à 6 faces. $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

- Un évènement A est un sous-ensemble de l'univers Ω d'une expérience aléatoire. Exemple : lancer d'un dé à 6 faces. Évènement A : « obtenir un multiple de 3 ». $A = \{3; 6\}$

- Soit A un évènement de l'univers Ω. L'évènement contraire de A est formé des issues qui ne réalisent pas A. On le note $\bar{A}$

- L'intersection des évènements A et B est l'évènement C formé des issues qui réalisent à la fois l'évènement A et l'évènement B. On note : $C = A \cap B$

- La réunion des évènements A et B est l'évènement C formé des issues qui réalisent l'évènement A ou l'évènement B, c'est-à-dire au moins l'un des deux. On note : $C = A \cup B$

IV. PROBABILITÉS CONDITIONNELLES

Les probabilités conditionnelles permettent de répondre aux questions du type : « Sachant que ceci est vrai quelle est la probabilité que cela soit vrai aussi ? ». En langage de probabilités cela donne : « Sachant que l'évènement A est réalisé, quelle est la probabilité que l'évènement B soit aussi réalisé. »

Définition : Soit A un évènement. Le nombre d'issues de l'évènement A est appelé cardinal de A et est noté card(A).

Définition : A et B désignent deux évènements tels que $\text{card}(A) \neq 0$. La probabilité de B sachant que A est réalisé, noté $P_A(B)$, est définie par :

$$P_A(B) = \frac{\text{card}(A \cap B)}{\text{card}(A)}$$

Remarque : Si $\text{card}(B) \neq 0$ alors $P_B(A) = \dfrac{\text{card}(A \cap B)}{\text{card}(B)}$