

ARITHMÉTIQUE

Dans ce chapitre, tous les nombres sont des entiers.

I. MULTIPLES ET DIVISEURS

Définition : p est un multiple de n si et seulement s'il existe un entier k tel que $p = kn$.
Alors n est appelé diviseur de p .

Conséquence : p multiple de $n \Leftrightarrow n$ diviseur de p .

Critères de divisibilité : un nombre entier relatif est divisible

- par 2 si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8 ;
- par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3 ;
- par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5 ;
- par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Propriétés :

- Si a divise b et si b divise c alors a divise c .
- Si a et b sont des multiples de n alors $a + b$ est un multiple de n

II. PARITÉ

Définitions :

- un nombre entier est pair si et seulement s'il est un multiple de 2.
- un nombre qui n'est pas pair est impair.

Conséquences :

- Un entier n est pair si et seulement s'il existe un entier naturel k tel que $n = 2k$.
- Un entier n est impair si et seulement s'il existe un entier naturel k tel que $n = 2k + 1$.

Principe d'un raisonnement par l'absurde :

1. On raisonne par « l'absurde » en supposant le contraire de ce qu'on veut démontrer.
2. On tente alors d'aboutir à une impossibilité.
3. On en conclura que la supposition était fausse, donc que son contraire est vrai.

Propriétés :

- Si un nombre est pair alors son carré est pair.
- Si un nombre est impair alors son carré est impair.
- Si le carré d'un nombre est pair alors ce nombre est pair.

III. NOMBRES PREMIERS

Définition : un nombre premier est un nombre qui ne possède que deux diviseurs : 1 et lui-même.

Le théorème fondamental de l'arithmétique (admis) : Tout entier naturel non nul possède une décomposition unique en facteurs premiers. Soit un n un entier non nul. On peut toujours trouver une liste unique de nombres premiers a, b, c, \dots tel que $n = a \times b \times c \times \dots$

Définition : une fraction est dite irréductible lorsque son numérateur et son dénominateur n'ont pas de diviseur commun autre que 1.

Propriété : Soient deux nombres entiers a et b . a est un diviseur de b si et seulement si on retrouve a dans la décomposition de b en facteurs premiers.