

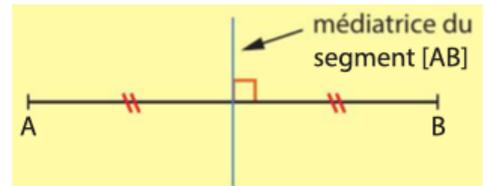
# SYMÉTRIE CENTRALE

## 1) RAPPELS SUR LA SYMÉTRIE AXIALE

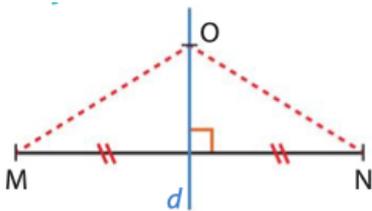
**Définition :** La médiatrice d'un segment est la droite qui est perpendiculaire à ce segment et qui passe par son milieu.

**Propriétés :**

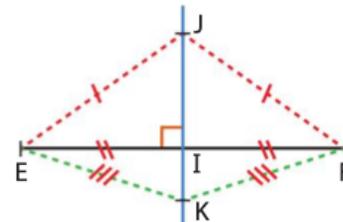
- Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant des deux extrémités de ce segment.
- Si un point est équidistant des deux extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment.



**Exemples :**



Le point O appartient à la médiatrice de [MN].  
Donc  $OM = ON$



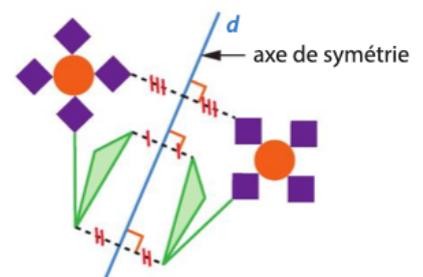
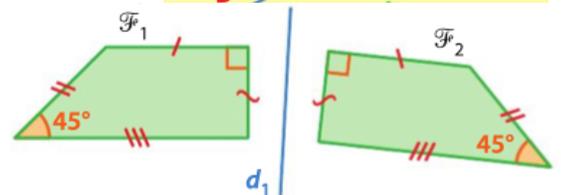
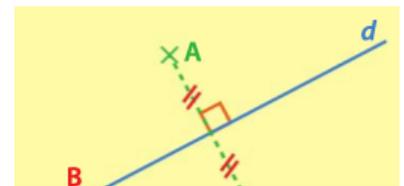
Les points J, I et K sont équidistants des points E et F.  
Donc J, I et K appartiennent à la médiatrice de [EF].

**Définition :** Soient une droite  $d$  et un point A n'appartenant pas à  $d$ . Le symétrique de A par rapport à  $d$  est le point A' tel que la droite  $d$  est la médiatrice du segment [AA']. On dit que A' est l'image de A par la symétrie d'axe  $d$ .

**Remarque :** Le point B appartient à la droite  $d$ . Alors son symétrique par rapport à  $d$  est lui-même.

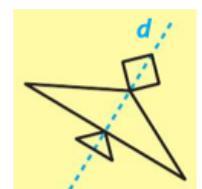
**Propriétés :**

- Le symétrique d'une droite par rapport à une droite est une droite. On dit que la symétrie axiale conserve les alignements.
- Le symétrique d'un segment par rapport à une droite est un segment de même longueur. On dit que la symétrie axiale conserve les longueurs.
- Le symétrique d'un angle par rapport à une droite est un angle de même mesure. De plus les deux sommets sont symétriques par rapport à cette droite. On dit que la symétrie axiale conserve les angles.
- D'une manière générale, la symétrie axiale conserve les formes. Donc deux figures symétriques par rapport à une droite ont le même périmètre et la même aire.



**Propriété :** Deux figures sont symétriques par rapport à une droite  $d$  si elles se superposent quand on « plie » la figure le long de cette droite. La droite  $d$  est appelée l'axe de symétrie.

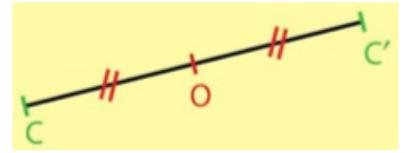
**Définition :** On dit qu'une droite  $d$  est un axe de symétrie d'une figure si le symétrique de cette figure par rapport à  $d$  est la figure elle-même.



## 2) SYMÉTRIE CENTRALE

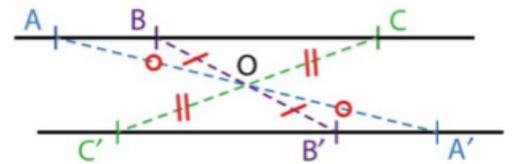
**Définition :** Soit un point  $O$ . Par la symétrie de centre  $O$  :

- Le symétrique d'un point  $C$  distinct de  $O$  est le point  $C'$  tel que  $O$  soit le milieu du segment  $[CC']$  ;
- Le symétrique du point  $O$  est lui-même.



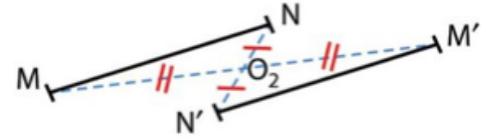
**Propriété :** Le symétrique d'une droite par rapport à un point est une autre droite qui lui est parallèle. On dit que la symétrie centrale conserve les alignements.

**Exemple :** Les points  $A, B$  et  $C$  sont alignés, donc leurs symétriques  $A', B'$  et  $C'$  sont aussi alignés. Les droites  $(AB)$  et  $(A'B')$  sont parallèles.



**Propriété :** Le symétrique d'un segment par rapport à un point est un segment de même longueur. On dit que la symétrie centrale conserve les longueurs.

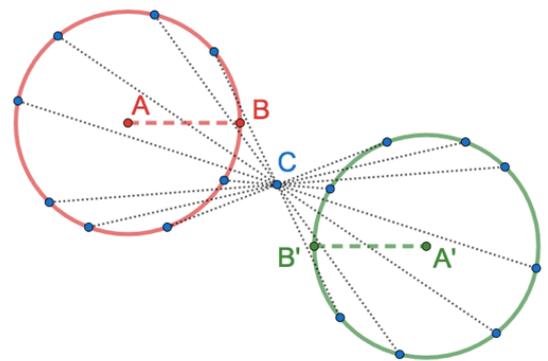
**Exemple :** Les segments  $[MN]$  et  $[M'N']$  sont symétriques par rapport au point  $O_2$ . Donc  $MN = M'N'$ .



**Propriété :** Le symétrique d'un cercle par rapport à un point est un cercle de même rayon. Les centres de deux cercles symétriques par rapport à un point sont symétriques par rapport à ce point.

**Exemple :** Dans la symétrie de centre  $C$  :

- Le cercle de centre  $A'$  et de rayon  $A'B'$  est le symétrique du cercle de centre  $A$  et de rayon  $AB$  ;
- $AB = A'B'$
- Les points  $A$  et  $A'$  sont symétriques



**Propriété :** Le symétrique d'un angle par rapport à un point est un angle de même mesure. Les sommets des deux angles sont symétriques. On dit que la symétrie centrale conserve les angles.

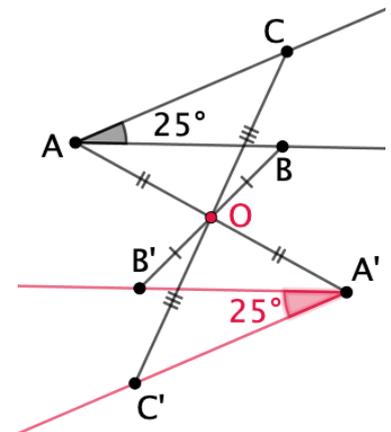
**Exemple :** Dans la symétrie de centre  $O$  :

- Les angles  $\widehat{BAC}$  et  $\widehat{B'A'C'}$  sont symétriques ;
- $\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'}$  ;
- Les points  $A$  et  $A'$  sont symétriques.

**Propriété :** D'une manière générale la symétrie centrale conserve les formes.

Donc deux figures symétriques par rapport à un point ont le même périmètre et la même aire.

**Propriété :** Deux figures symétriques par rapport à un point se superposent lorsqu'on effectue un demi-tour autour de ce point.



## 3) CENTRE DE SYMÉTRIE

**Définition :** On dit qu'un point est le centre de symétrie d'une figure si le symétrique de cette figure par rapport à ce point est la figure elle-même.

**Exemple :** Le point d'intersection des diagonales  $O$  du parallélogramme  $ABCD$  est le centre de symétrie de ce parallélogramme.

