

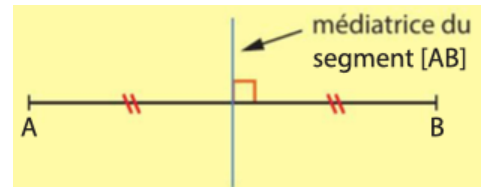
SYMÉTRIE CENTRALE

1) RAPPELS SUR LA SYMÉTRIE AXIALE

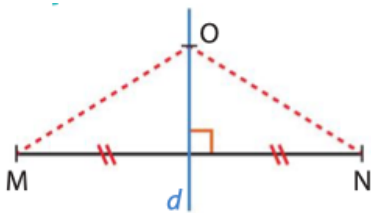
Définition : La médiatrice d'un segment est la droite qui est perpendiculaire à ce segment et qui passe par son milieu.

Propriétés :

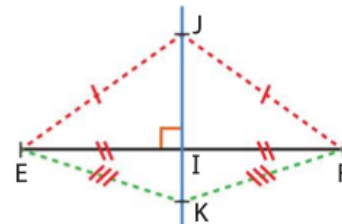
- Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant des deux extrémités de ce segment.
- Si un point est équidistant des deux extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment.



Exemples :



Le point O appartient à la médiatrice de [MN].
Donc $OM = ON$



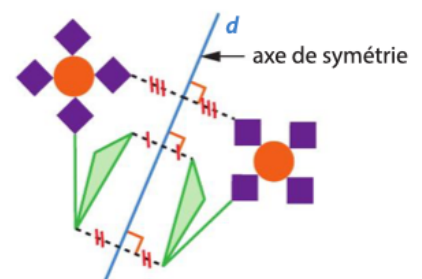
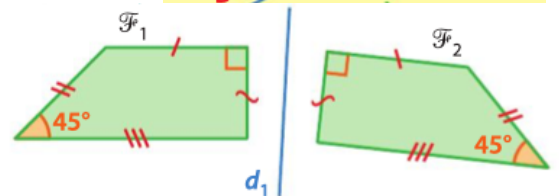
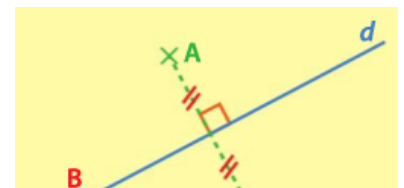
Les points J, I et K sont équidistants des points E et F.
Donc J, I et K appartiennent à la médiatrice de [EF].

Définition : Soient une droite d et un point A n'appartenant pas à d . Le symétrique de A par rapport à d est le point A' tel que la droite d est la médiatrice du segment [AA']. On dit que A' est l'image de A par la symétrie d'axe d .

Remarque : Le point B appartient à la droite d . Alors son symétrique par rapport à d est lui-même.

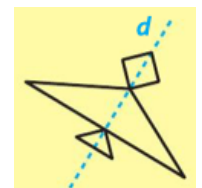
Propriétés :

- Le symétrique d'une droite par rapport à une droite est une droite. On dit que la symétrie axiale conserve les alignements.
- Le symétrique d'un segment par rapport à une droite est un segment de même longueur. On dit que la symétrie axiale conserve les longueurs.
- Le symétrique d'un angle par rapport à une droite est un angle de même mesure. De plus les deux sommets sont symétriques par rapport à cette droite. On dit que la symétrie axiale conserve les angles.
- D'une manière générale, la symétrie axiale conserve les formes. Donc deux figures symétriques par rapport à une droite ont le même périmètre et la même aire.



Propriété : Deux figures sont symétriques par rapport à une droite d si elles se superposent quand on « plie » la figure le long de cette droite. La droite d est appelée l'axe de symétrie.

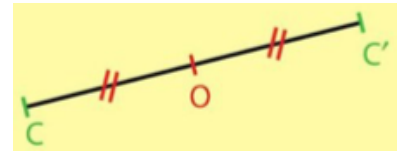
Définition : On dit qu'une droite d est un axe de symétrie d'une figure si le symétrique de cette figure par rapport à d est la figure elle-même.



2) SYMÉTRIE CENTRALE

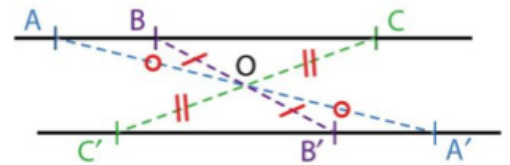
Définition : Soit un point O . Par la symétrie de centre O :

- Le symétrique d'un point C distinct de O est le point C' tel que O soit le milieu du segment $[CC']$;
- Le symétrique du point O est lui-même.



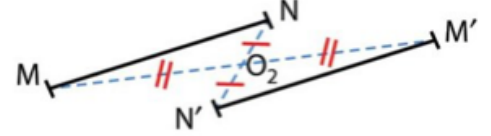
Propriété : Le symétrique d'une droite par rapport à un point est une autre droite qui lui est parallèle. On dit que la symétrie centrale conserve les alignements.

Exemple : Les points A, B et C sont alignés, donc leurs symétriques A', B' et C' sont aussi alignés. Les droites (AB) et $(A'B')$ sont parallèles.

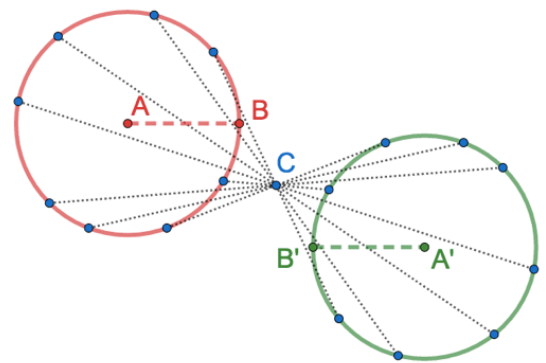


Propriété : Le symétrique d'un segment par rapport à un point est un segment de même longueur. On dit que la symétrie centrale conserve les longueurs.

Exemple : Les segments $[MN]$ et $[M'N']$ sont symétriques par rapport au point O_2 . Donc $MN = M'N'$.



Propriété : Le symétrique d'un cercle par rapport à un point est un cercle de même rayon. Les centres de deux cercles symétriques par rapport à un point sont symétriques par rapport à ce point.



Exemple : Dans la symétrie de centre C :

- Le cercle de centre A' et de rayon $A'B'$ est le symétrique du cercle de centre A et de rayon AB ;
- $AB = A'B'$
- Les points A et A' sont symétriques

Propriété : Le symétrique d'un angle par rapport à un point est un angle de même mesure. Les sommets des deux angles sont symétriques. On dit que la symétrie centrale conserve les angles.

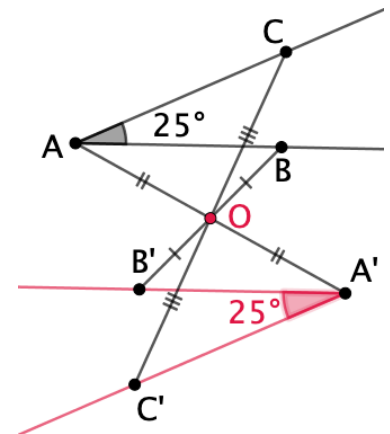
Exemple : Dans la symétrie de centre O :

- Les angles \widehat{BAC} et $\widehat{B'A'C'}$ sont symétriques ;
- $\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'}$;
- Les points A et A' sont symétriques.

Propriété : D'une manière générale la symétrie centrale conserve les formes.

Donc deux figures symétriques par rapport à un point ont le même périmètre et la même aire.

Propriété : Deux figures symétriques par rapport à un point se superposent lorsqu'on effectue un demi-tour autour de ce point.



3) CENTRE DE SYMÉTRIE

Définition : On dit qu'un point est le centre de symétrie d'une figure si le symétrique de cette figure par rapport à ce point est la figure elle-même.

Exemple : Le point d'intersection des diagonales O du parallélogramme $ABCD$ est le centre de symétrie de ce parallélogramme.

