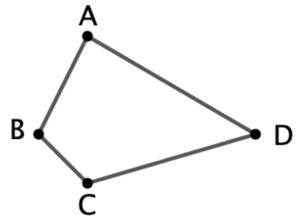
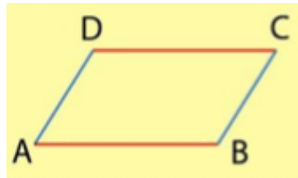
PARALLÉLOGRAMMES

1) DÉFINITIONS ET PROPRIÉTÉS

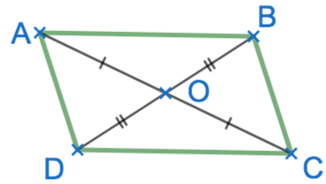


Définition : Un quadrilatère est une figure plane et fermée, composée de plusieurs côtés.



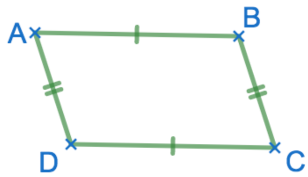
Définition : un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.

Exemple : ABCD est un parallélogramme donc (AB) // (DC) et (AD) // (BC).



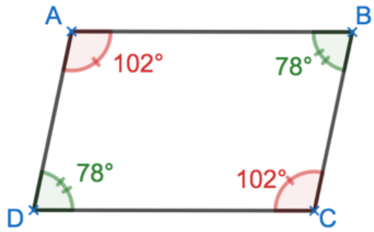
Propriété : Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu. Ce point est le centre de symétrie du parallélogramme.

Exemple : ABCD est un parallélogramme donc les diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu O. O est aussi le centre de symétrie de ABCD.



Propriété : Les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur.

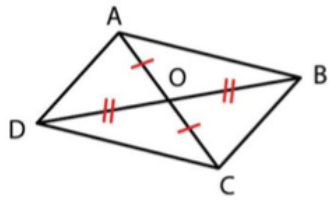
Exemple : ABCD est un parallélogramme donc AB = DC et AD = BC.



Propriété : Les angles opposés d'un parallélogramme ont la même mesure.

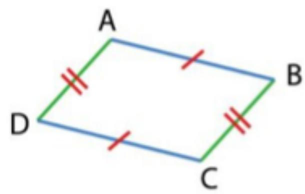
Exemple : ABCD est un parallélogramme donc $\widehat{BAD} = \widehat{BCD}$ et $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$.

2) RECONNAITRE UN PARALLÉLOGRAMME



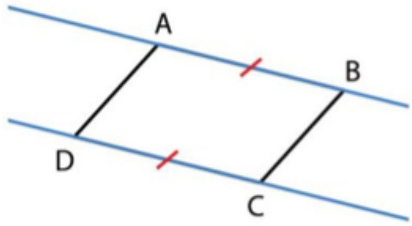
Propriété : Si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu, c'est un parallélogramme.

Exemple : D'après le codage de la figure de droite, les diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu O. On peut donc en conclure que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.



Propriété : Si les côtés opposés d'un quadrilatère non croisé sont de même longueur, alors c'est un parallélogramme.

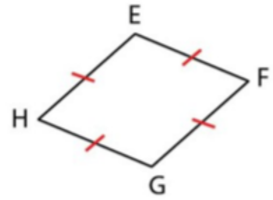
Exemple : D'après le codage de la figure de droite, les diagonales AB = DC et AD = BC. Cela signifie que les côtés opposés de ABCD sont de même longueur, alors c'est un parallélogramme.



Propriété : Si deux côtés d'un quadrilatère non croisé sont parallèles et de même longueur, alors c'est un parallélogramme.

Exemple : Soient (AB) et (DC) deux droites parallèles de figure de droite. D'après le codage AB = DC. Cela signifie que les côtés opposés [AB] et [DC] sont parallèles et sont de même longueur. Donc ABCD un parallélogramme.

3) PARALLÉLOGRAMMES PARTICULIERS



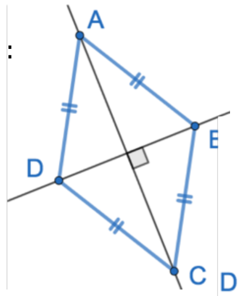
Définition : Un losange est un quadrilatère qui a ses quatre côtés de même longueur.

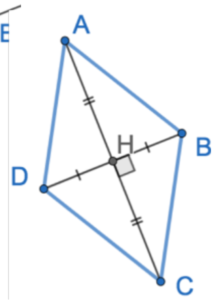
<u>Exemple</u> : EFGH est un losange.

Propriété : Un losange est un parallélogramme.

Conséquence : Un losange possède toutes les propriétés d'un parallélogramme :

- ses diagonales se coupent en leur milieu ;
- le point d'intersection de ses diagonales est son centre de symétrie ;
- ses côtés opposés sont parallèles et de même longueur ;
- ses angles opposés sont de même mesure.



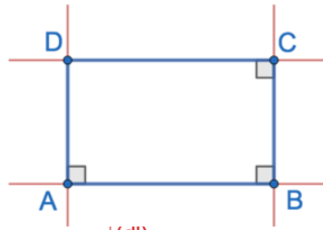


Propriété : Les diagonales d'un losange sont perpendiculaires.

Définition : Un rectangle est un quadrilatère qui a au moins trois angles droits.

<u>Remarque</u> : Donc un rectangle a quatre angles droits.

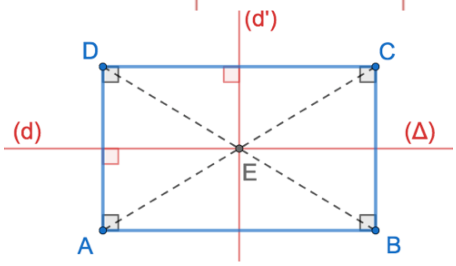
Exemple : Le quadrilatère ABCD possède 3 angles droits alors, obligatoirement, le quatrième angle $\widehat{ADC}$ mesure aussi 90°.



Propriété : Un rectangle est un parallélogramme. Par conséquent, un rectangle possède toutes les propriétés d'un parallélogramme.

Propriétés :

- Les diagonales d'un rectangle sont de même longueur.
- Les médiatrices des côtés d'un rectangle sont ses axes de symétrie.



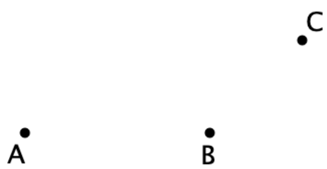
Définition : Un carré est à la fois un losange et un rectangle.

Conséquence : Un carré possède toutes les propriétés d'un rectangle et d'un losange.

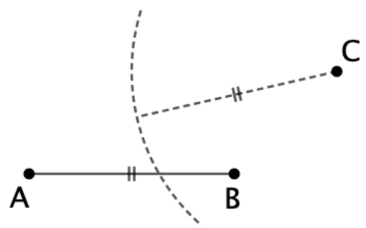
Propriété : Les diagonales d'un carré sont perpendiculaires.

Construction d'un parallélogramme à la règle et au compas :

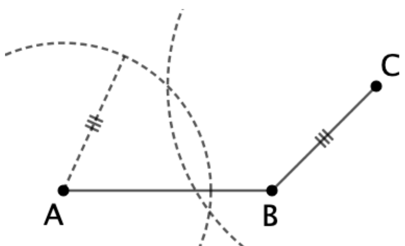
1) On connait la position des points A, B et C. Où placer un point D afin que ABCD soit un parallélogramme ?



2) On trace un cercle de centre C et de rayon égal à AB.



3) On trace un cercle de centre A et de rayon égal à BC.



4) L'un des deux points d'intersection des deux cercles est le point D.