

CALCUL NUMÉRIQUE ET LITTÉRAL

1) RÈGLES DE CALCUL ET PRIORITÉS

Définition : Une expression est une suite d'opérations mises bout à bout dont il faut trouver le résultat. Les opérations peuvent être des additions, des soustractions, des multiplications ou des divisions.

Règle n°1 : Quand une expression ne contient que des additions ou que des multiplications, on peut les effectuer dans l'ordre que l'on veut.

$$A = 3 + 10 + 2,1 + 7$$

$$A = 13 + 2,1 + 7$$

$$A = 15,1 + 7$$

$$A = 22,1$$

$$l = 2 \times 3 \times 4 \times 5$$

$$l = 6 \times 4 \times 5$$

$$l = 24 \times 5$$

$$l = 120$$

Règle n°2 : Quand une expression sans parenthèse ne contient que des additions ou des soustractions, ou que des multiplications et des divisions, on les effectue de gauche à droite obligatoirement.

$$A = 12 - 5 + 8$$

$$A = 7 + 8$$

$$A = 15$$

$$B = 40 \div 8 \times 10$$

$$B = 5 \times 10$$

$$B = 50$$

Règle n°3 : Quand une expression sans parenthèse contient des opérations de natures différentes, on commence obligatoirement par les multiplications et les divisions, avant de passer aux additions et aux soustractions. On dit que la multiplication et la division sont prioritaires par rapport à l'addition et la soustraction.

$$E = 32 - 10 - 8 - 11$$

$$E = 22 - 8 - 11$$

$$E = 14 - 11$$

$$E = 3$$

$$M = 20 \div 4 \times 10 \div 2$$

$$M = 5 \times 10 \div 2$$

$$M = 50 \div 2$$

$$M = 25$$

Règle n°4 : Quand une expression contient des parenthèses, on effectue :

- d'abord les calculs entre les parenthèses les plus intérieures
- puis les multiplications et les divisions de gauche à droite
- et, enfin, les additions et les soustractions de gauche à droite.

Exemples : $A = 7 + 2 \times (5 + 7) - 5$ d'abord le calcul entre les parenthèses
 $A = 7 + 2 \times 12 - 5$ puis la multiplication
 $A = 7 + 24 - 5$ enfin les additions et les soustractions
 $A = 31 - 5 = 26$

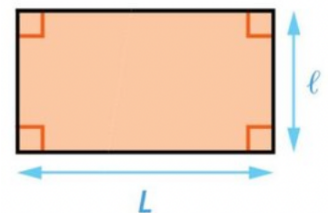
$$B = 2,5 \times [7 - (5 - 3)] = 2,5 \times [7 - 2] = 2,5 \times 5 = 12,5$$

2) EXPRESSIONS LITTÉRALES

Définition : Une expression littérale est une expression mathématique qui comporte une ou plusieurs lettres. Chaque lettre désigne un nombre.

Exemple : L'aire d'un rectangle de longueur L et de la largeur l est $L \times l$.

Méthode : Pour utiliser une expression littérale avec certaines valeurs, on remplace dans l'expression littérale toutes les lettres par ces valeurs.



Exemple : Pour calculer l'aire d'un rectangle de longueur 6 cm et de la largeur 4 cm, on remplace L par 6 et l par 4 dans l'expression $L \times l$: L'aire est donc $6 \times 4 = 24 \text{ cm}^2$.

3) TESTER UNE ÉGALITÉ

Définitions :

- Une égalité est constituée de deux expressions séparées par un signe =. Les deux expressions s'appellent des membres.
- Une égalité est vraie si les deux membres ont la même valeur, c'est-à-dire donnent le même résultat.

Exemple : Cette égalité est vraie car les deux membres ont la même valeur : 21.

$$\underbrace{3 \times 7}_{\text{membre de gauche}} = \underbrace{15 + 6}_{\text{membre de droite}}$$

Propriété : Une égalité composée d'expressions littérales peut être vraie pour certaines valeurs des lettres et fausses pour d'autres.

Exemple : On considère l'égalité : $x + 2 = 8$.

Si $x = 6$, cette égalité est vraie car $6 + 2 = 8$.

Si $x = 9$, cette égalité est fausse car $9 + 2 = 11$ et $11 \neq 8$.

Méthode : Pour tester si une égalité est vraie pour certaines valeurs :

1. On calcule le membre de gauche en remplaçant chaque lettre par la valeur donnée.
2. On calcule le membre de droite en remplaçant chaque lettre par la valeur donnée.
3. On compare les deux résultats obtenus et on conclut.

Exemples :

On veut tester si l'égalité $x + 2 = 2 \times x - 3$ pour $x = 8$

Membre de gauche : $x + 2 = 8 + 2 = 10$.

Membre de droite : $2 \times x - 3 = 2 \times 8 - 3 = 16 - 3 = 13$.

Comme $10 \neq 13$, on conclut que l'égalité est fausse pour $x = 8$.

On veut tester si l'égalité $x + 2 = 2 \times x - 3$ pour $x = 5$

Membre de gauche : $x + 2 = 5 + 2 = 7$.

Membre de droite : $2 \times x - 3 = 2 \times 5 - 3 = 10 - 3 = 7$.

On conclut que l'égalité est vraie pour $x = 5$.

3) SIMPLIFIER UNE EXPRESSION LITTÉRALE

Simplification d'écriture : Dans une expression littérale, on peut supprimer le signe \times lorsqu'il est placé :

- Devant ou derrière une lettre ;
- Devant ou derrière une parenthèse.

Exemples : $4 \times a = 4a$ $a \times 4 = 4a$ et non $a4$

$b \times c = bc$

$5 \times (x + 4) = 5(x + 4)$

Remarques :

- On ne peut pas supprimer le signe \times entre deux nombres : $4 \times 5 \neq 45$
- On écrit $1 \times a = a$ plutôt que $1a$ On écrit $0 \times a = 0$ plutôt que $0a$

Définitions : $a \times a = a^2$ (on lit « a au carré ») $a \times a \times a = a^3$ (on lit « a au cube »)

Exemples : $5 \times 5 = 5^2 = 25$

$4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$

Propriété : distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

- Pour simplifier une somme, on peut utiliser l'égalité : $ax + bx = (a + b)x$
- Pour simplifier une différence, on peut utiliser l'égalité : $ax - bx = (a - b)x$
- Pour simplifier un produit de plusieurs facteurs, on peut modifier l'ordre de ses facteurs.

Exemples :

$3x + 2x = (3 + 2)x = 5x$

$2,4x - 2,1x = (2,4 - 2,1)x = 0,3x$

$2 \times x \times 7 = 2 \times 7 \times x = 14 \times x = 14x$