

ARITHMÉTIQUES – LES NOMBRES ENTIERS

1) ENTIER NATUREL

Définition : Un entier naturel est un nombre positif ou nul.

Exemples : 0, 1, 2, 3, 4, 5, ... 20, 21, ... 56, ...

Règle : Pour pouvoir lire les grands nombres entiers facilement, on regroupe les chiffres par tranche contenant trois chiffres chacune. Le tableau ci-dessous permet de comprendre comment sont organisées les tranches avec le nombre 2495618 qui s'écrit 2 495 618.

Tranche des Millions			Tranche des Milliers			Tranche des Unités		
Centaines	Dizaines	Unités	Centaines	Dizaines	Unités	Centaines	Dizaines	Unités
		2	4	9	5	6	1	8

2 495 618 se décompose en $(2 \times 1\,000\,000) + (495 \times 1\,000) + (618 \times 1)$. Il se lit : 2 millions 495 mille 618

Définitions :

- Les nombres que l'on additionne s'appellent les termes. Le résultat d'une addition est une somme.
- Les nombres que l'on soustrait s'appellent les termes. Le résultat d'une soustraction est une différence.
- Les nombres que l'on multiplie s'appellent les facteurs. Le résultat d'une multiplication est un produit.

Exemple : $67 + 345 = 412$ 412 est la somme des termes 67 et 345.

Propriétés :

- Dans une succession d'additions, on peut changer l'ordre des termes et les regrouper.
- Dans une succession de multiplications, on peut changer l'ordre des facteurs et les regrouper.

Exemples : $35 + 76 + 15 = 35 + 15 + 76 = 50 + 76 = 126$
 $5 \times 36 \times 2 = 5 \times 2 \times 36 = 10 \times 36 = 360$

2) DIVISION EUCLIDIENNE

Objectif : Effectuer une division euclidienne, c'est trouver combien de fois une quantité contient une plus petite quantité. La division euclidienne ne concerne que les nombres entiers.

Exemples :

- Combien de bouquets de 5 roses peut-on réaliser avec 30 roses ? La quantité 30 contient 6 fois la quantité 5 car $6 \times 5 = 30$. Donc la division euclidienne de 30 par 5 donne 6 comme résultat.
- Combien de bouquets de 5 roses peut-on réaliser avec 32 roses ? La quantité 30 contient 6 fois la quantité 5 car $6 \times 5 = 30$. En revanche il reste 2 roses non utilisées. Donc la division euclidienne de 32 par 5 donne 6 comme résultat avec un reste de 2.

Définitions : a et b sont deux entiers naturels, $b \neq 0$. Effectuer une division euclidienne de a par b , c'est trouver deux entiers naturels q et r tels que $a = b \times q + r$ avec $r < b$.

a s'appelle le dividende, b le diviseur, q le quotient et r le reste.

Attention : Le diviseur ne peut pas être nul. Le reste est toujours inférieur au quotient. Le reste peut être nul.

Poser une division euclidienne :

- Division euclidienne de 529 par 12.
On écrit alors : $529 = 12 \times 44 + 1$

$$\begin{array}{r|l} \text{dividende} \rightarrow 5 & 2 & 9 & | & 12 \leftarrow \text{diviseur} \\ - & 4 & 8 & & 44 \leftarrow \text{quotient} \\ \hline & & 4 & 9 & \\ - & & 4 & 8 & \\ \hline & & & & 1 \leftarrow \text{reste} \end{array}$$

Définitions : Lorsque le reste de la division euclidienne de a par b est nul, on dit que

- a est divisible par b
- b est un diviseur de a
- a est un multiple de b

Exemple : Le reste de la division euclidienne de 105 par 7 est nul, on dit alors que :

105 est divisible par 7 7 est un diviseur de 105 105 est un multiple de 7

Remarques :

- $105 = 7 \times 15 = 15 \times 7$. Donc on peut aussi dire que 105 est divisible par 15, que 15 est un diviseur de 105 et que 105 est un multiple de 15.
- Tous les nombres sont divisibles par 1 et par eux-mêmes. **Exemple :** $24 = 24 \times 1$.

Définitions :

- Les nombres entiers qui sont divisibles par 2 sont appelés les nombres pairs.
- Les nombres entiers qui ne sont pas pairs sont appelés les nombres impairs.

3) CRITÈRES DE DIVISIBILITÉ

- Un nombre est divisible par 2 si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.
- Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- Un nombre est divisible par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5.
- Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.
- Un nombre est divisible par 10 si son chiffre des unités est 0.

4) NOMBRES PREMIERS

Définition : Un nombre premier est un entier naturel qui admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

Exemples : 7 est un nombre premier car il n'est divisible que par 1 et par 7.
6 n'est pas un nombre premier car il est divisible par aussi par 2 et 3.

Remarques :

- 0 n'est pas un nombre premier car il possède une infinité de diviseurs.
- 1 n'est pas un nombre premier car il n'a qu'un seul diviseur : lui-même.
- 2 est le seul nombre premier et pair. Tous les autres nombres premiers sont impairs.

5) DÉCOMPOSER UN ENTIER NATUREL EN PRODUIT DE FACTEURS PREMIERS

Propriété : Tout entier naturel supérieur ou égal à 2 peut s'écrire comme un produit de facteurs premiers. Ce produit de facteurs premiers est unique, si l'on ne tient pas compte de l'ordre des facteurs.

Exemple : $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ $728 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 13$

Méthode : Pour décomposer un nombre en produit de facteurs premiers :

- On écrit ce nombre comme un produit de deux facteurs ;
- On recommence avec les facteurs qui ne sont pas des nombres premiers, jusqu'à n'avoir que des nombres premiers.

Exemple : $60 = 2 \times 30 = 2 \times 2 \times 15 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$