PUISSANCE – RACINE CARRÉE

1) PUISSANCES DE 10

$$10^n = \underbrace{10\times10\times\ldots\times10}_{n \text{ facteurs}}$$

Définition : n désigne un nombre entier positif non nul.
Le produit $10 \times 10 \times \ldots \times 10$ de n facteurs égaux à 10 est la puissance de 10 d'exposant n.
Ce produit se note 10^n qui se lit « 10 exposant n ».

Exemples :

$$10^2 = 10 \times 10 = 100 \longleftarrow \text{ 2 zéros}$$
$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000 \longleftarrow \text{ 3 zéros}$$
$$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\,000 \longleftarrow \text{ 4 zéros}$$
$$\text{Un million} \rightarrow 10^6 \qquad \text{28 millions} \rightarrow 28 \times 10^6$$

$$10^n = 1\underbrace{00\ldots0}_{n \text{ zéros}}$$

Définition : n désigne un nombre entier positif non nul. Le nombre 10^{-n} est l'inverse de 10^n.

Exemples :

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n}$$

$$10^{-n} = \underbrace{0{,}0\ldots0}_{n \text{ zéros}}1$$

$$10^{-1} = \frac{1}{10^1} = \frac{1}{10} = 0{,}1 \longleftarrow \text{ 1 zéros}$$
$$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0{,}01 \longleftarrow \text{ 2 zéros}$$
$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1\,000} = 0{,}001 \longleftarrow \text{ 3 zéros}$$
$$\text{49 millièmes} = 49 \times 10^{-3} = 0{,}049$$

Puissances de dix et préfixes : On utilise des préfixes pour simplifier le nom et l'écriture des mesures exprimées en puissance de 10 de certaines unités.

	Plus grand que l'unité						Plus petit que l'unité				
Préfixe	giga	méga	kilo	hecto	déca	unité	déci	centi	milli	micro	nano
Symbole	G	M	k	h	da		d	c	m	µ	n
10^n	10^9	10^6	10^3	10^2	10^1	$10^0 = 1$	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}

Exemples :

Puissance électrique → $1\text{ GW} = 10^9\text{ W}$
Volume d'un liquide → $1\text{ hL} = 10^2\text{ L} = 100\text{ L}$
Masse → $1\text{ kg} = 10^3\text{ g} = 1\,000\text{ g}$

Volume liquide → $1\text{ mL} = 10^{-3}\text{ L} = 1\text{ cm}^3$
Longueur → $1\text{ nm} = 10^{-9}\text{ m}$
Masse → $1\text{ mg} = 10^{-3}\text{ g}$

2) NOTATION SCIENTIFIQUE

Définition : Tout nombre décimal non nul possède une notation scientifique de la forme $a \times 10^n$ où
- a est un nombre décimal tel que $1 \leq a < 10$.
- n est un nombre entier relatif.

Remarque : Le nombre a de l'écriture scientifique possède un seul chiffre non nul avant la virgule.
Exemples :
- Notation scientifique de 178 500 : $178\,500 = 1{,}78500 \times 10^5 = 1{,}785 \times 10^5$
- Notation scientifique de 0,006 82 : $0{,}00682 = 0006{,}82 \times 10^{-3} = 6{,}82 \times 10^{-3}$

Utilisation de la notation scientifique : La notation scientifique d'un nombre permet
- de donner facilement un ordre de grandeur de ce nombre ;
- d'encadrer ce nombre par deux puissances de 10 d'exposants consécutifs.

Exemples :

Nombre	Notation scientifique	Ordre de grandeur	Encadrement
$178\,500$	$1,785 \times 10^5$	2×10^5	$10^5 < 178\,500 < 10^6$
$0,00682$	$6,82 \times 10^{-3}$	7×10^{-3}	$10^{-3} < 0,00682 < 10^{-2}$

3) PUISSANCE D'UN NOMBRE RELATIF

Définition : a désigne un nombre relatif. n désigne un nombre entier positif non nul.
Le produit $a \times a \times \ldots \times a$ de n facteurs égaux à a est la puissance de a d'exposant n.
Ce produit se note a^n qui se lit « a exposant n ».

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

Exemples :

$$8^2 = 8 \times 8 = 64$$
$$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$$
$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

$$(-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25$$
$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2 \times 2}{3 \times 3} = \frac{4}{9}$$

On admet que : $a^1 = a \quad a^0 = 1$

Cas particuliers : a^2 se lit « a au carré » a^3 se lit « a au cube »

Priorités de calcul : Dans une expression sans parenthèses comportant des puissances, on calcule d'abord les puissances, puis on effectue les multiplications et les divisions et enfin les additions et les soustractions.

Exemples :

$$1 + 4 \times 3^2 = 1 + 4 \times 9 = 1 + 36 = 37$$
$$3,5 \times 10^5 + 7 \times 10^4 = 3,5 \times 100\,000 + 7 \times 10\,000 = 350\,000 + 70\,000 = 420\,000 = 4,2 \times 10^5$$

Attention : La puissance d'un nombre négatif s'écrit avec des parenthèses : $(-4)^2 = 16$ mais $-4^2 = -16$.

4) RACINE CARRÉ

Définition : a désigne un nombre positif. La racine carrée de a est le nombre dont le carré est a.
Ce nombre est noté $\sqrt{a}$ et se lit « racine carrée de a ». Donc : $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$.

Exemples : $4^2 = 16$ donc $\sqrt{16} = 4$ $\quad 5^2 = 25$ donc $\sqrt{25} = 5$ $\quad 10^2 = 100$ donc $\sqrt{100} = 10$

Attention :
- La racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas.
- Une racine est toujours positive : $\sqrt{49} = 7$. Ce n'est pas -7 bien que $(-7)^2 = 49$.

Propriété : Si $a < b$ alors $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

Exemple : $\sqrt{4} < \sqrt{9}$ car $\sqrt{4} = 2$ et $\sqrt{9} = 3$