

LES NOMBRES RELATIFS

0. VOCABULAIRE

Soient a et b deux nombres

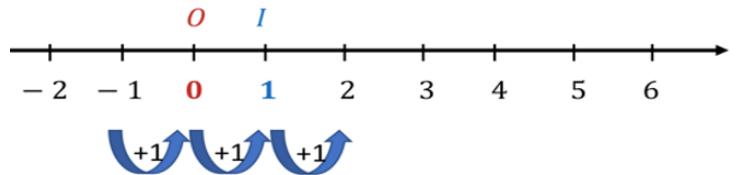
- $a + b$ est la somme, a et b sont les termes de cette somme.
- $a - b$ est la différence, a et b sont les termes de cette différence.
- $a \times b$ est le produit, a et b sont les facteurs de ce produit.
- Une expression algébrique est une suite d'opérations.

I. ADDITIONNER DES NOMBRES RELATIFS

Définition : Un nombre relatif est composé d'un nombre et d'un signe $+$ ou $-$. Le nombre sans signe est appelé la distance à zéro du nombre relatif.

Définition : une droite graduée est une droite dont l'un des points est choisi comme origine. On choisit une unité de mesure des distances et un sens.

Sur une droite orientée vers la droite, les nombres négatifs sont à gauche du zéro et les nombres positifs sont à droite du zéro.



Définitions :

- a) Un nombre positif est un nombre plus grand que 0.
- b) Un nombre négatif est un nombre plus petit que 0.
- c) Deux nombres sont opposés lorsqu'ils ont la même distance à zéro et des signes contraires.

Exemples :

- 27,3 et +27,3 sont des nombres positifs
- -10 et -3 sont des nombres négatifs
- +95 et -95 sont opposés

Règle de calcul pour additionner deux nombres relatifs de même signe

- 1) on garde le signe des deux nombres ;
- 2) on additionne leur distance à zéro.

Exemples : $(+2) + (+8) = 2 + 8 = 10$ $(-4) + (-7) = -(4 + 7) = -11$

Règle de calcul pour additionner deux nombres relatifs de signe opposé :

- 1) on garde le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro ;
- 2) on calcule la différence des deux distances à zéro.

Exemples : $(-3) + (+15) = +(15 - 3) = 12$ $(-25) + (+5) = -(25 - 5) = -20$

Définition : Soit a un nombre relatif. $-a$ est l'opposé de a et $a + (-a) = 0$.

II. SOUSTRAIRE DES NOMBRES RELATIFS

Règle de calcul pour soustraire un nombre relatif d'un autre : Soustraire un nombre relatif à un autre nombre relatif consiste à lui ajouter son opposé.

Exemples : $3 - (-5) = 3 + (+5) = 3 + 5 = 8$ $(-4) - (+6) = (-4) + (-6) = -(4 + 6) = -10$

Méthode pour éviter les erreurs de calcul :

- 1) additionner tous les nombres positifs ensemble ;
- 2) additionner tous les nombres négatif ensemble ;
- 3) additionner les deux totaux partiels.

Exemple : $A = -3 + 7 - 9 + 4 + 11 - 6 - 13 = 7 + 4 + 11 - 3 - 9 - 6 - 13 = 22 - 31 = -9$

III. MULTIPLIER DES NOMBRES RELATIFS

La règle des signes :

- Le résultat de la multiplication de deux nombres de même signe est un nombre positif.
- Le résultat de la multiplication de deux nombres de signes contraires est un nombre négatif.

Règle de calcul pour multiplier deux nombres relatifs

- 1) On détermine le signe du résultat par la règle des signes ;
- 2) On multiplie les distances à zéro des deux nombres.

Exemples : $2 \times 3 = 6$ $2 \times (-3) = -6$ $(-2) \times 3 = -6$ $(-2) \times (-3) = 6$

Propriétés :

- Le produit d'un nombre par -1 est égal à l'opposé de ce nombre
- Le produit d'un nombre par 0 est égal à 0 .

Exemples : $2 \times (-1) = -2$ $(-2) \times (-3) = 2$ $-5 \times 0 = 0$

Attention : $-a$ n'est pas forcément un nombre négatif : Si $a < 0$ alors $-a > 0$.

Définition : Deux nombres relatifs non nuls sont inverses si leur produit est égal à 1 . $2 \times (-2) = 1$

Méthode : Pour déterminer le signe d'un produit de plusieurs facteurs, on compte le nombre de facteurs négatifs.

- Si ce nombre est pair, alors le produit est positif.
- Si ce nombre est impair, alors le produit est négatif.

Exemples :

- $A = -2 \times 3 \times (-1) \times 6 \rightarrow$ Il y a deux facteurs négatifs donc $A > 0$. $A = 36$
- $B = 2 \times (-3) \times (-1) \times (-6) \rightarrow$ Il y a trois facteurs négatif donc $B < 0$. $B = -36$

IV. DIVISER DES NOMBRES RELATIFS

Vocabulaire : Soient deux nombres a et $b \neq 0$. Le résultat de la division de a par b s'appelle le quotient de a par b . Il se note : $\frac{a}{b}$.

Propriété : $\frac{a}{b} \times b = a$ Exemple : $\frac{2}{5} \times 5 = 2$

La règle des signes :

- Le quotient (le résultat) de la division de deux nombres de même signe est un nombre positif.
- Le quotient (le résultat) de la division de deux nombres de signes contraires est un nombre négatif.

Règle de calcul pour diviser un nombre par un autre :

- On détermine le signe du résultat par la règle des signes ;
- On divise les distances à zéro des deux nombres

Attention : On ne peut jamais diviser par 0.

Propriétés :

$$\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b} \qquad \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$$

Exemples :

$$\frac{-9}{-5} = \frac{9}{5} \qquad \frac{-3}{7} = \frac{3}{-7} = -\frac{3}{7}$$

V. LES PRIORITÉS DANS LES OPÉRATIONS

Lorsque l'on doit effectuer une série d'opérations incluant des additions, des soustractions, des multiplications, des divisions, il faut respecter les priorités suivantes :

1. On effectue le calcul entre les parenthèses les plus intérieures ;
2. On effectue les multiplications et les divisions ;
3. On effectue les additions et les soustractions.

Exemples :

$$\begin{aligned} B &= 26 - [9 - (3 - 4 \times 6)] + 7 \times (-3) \\ &= 26 - [9 - (3 - 24)] - 21 \\ &= 26 - 21 - [9 - (-21)] \\ &= 5 - [9 + 21] \\ &= 5 - 30 \\ &= -25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= \frac{-9 \times (-3) - (-3) \times (-5)}{15 \div (-3) - 2} \\ &= \frac{9 \times 3 - 3 \times 5}{-(15 \div 3) - 2} \\ &= \frac{27 - 15}{-5 - 2} \\ &= \frac{12}{-7} \\ &= -\frac{12}{7} \end{aligned}$$

