

LES ÉQUATIONS

1) NOTION D'ÉQUATION

- Dans une égalité, l'expression littérale de gauche est appelée le membre de gauche de l'égalité.
- Dans une égalité, l'expression littérale de droite est appelée le membre de droite de l'égalité.

Définition : Une équation est une égalité dans laquelle figurent un ou plusieurs nombres inconnus représentés par des lettres. Cette égalité peut être vraie pour certaines valeurs des inconnues et fausse pour les autres.

Exemple : $3x + 2 = 5x - 4$ est une équation à une inconnue x .

Si $x = 1$ alors l'égalité est fausse car $3x + 2 = 3 \times 1 + 2 = 5$ et $5x - 4 = 5 \times 1 - 4 = 1$.

Si $x = 3$ alors l'égalité est vraie car $3x + 2 = 5 = 3 \times 3 + 2 = 11$ et $5x - 4 = 5 \times 3 - 4 = 11$

Définition : Une solution d'une équation est une valeur de l'inconnue pour laquelle l'égalité est vraie.

Dans l'exemple précédent, 3 est la solution unique de l'équation $3x + 2 = 5x - 4$.

Définition : Résoudre une équation, c'est trouver toutes ses solutions.

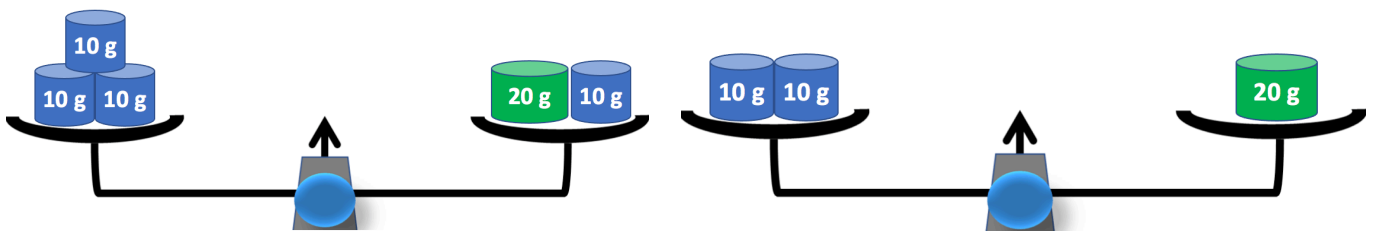
Remarque : Certaines équations n'ont pas de solution. Il existe aussi des équations qui ont une infinité de solutions.

2) RÉOLUTION D'UNE ÉQUATION

Propriété : Une égalité reste vraie lorsqu'on additionne ou soustrait par un même nombre à chacun de ses deux membres.

a , b et k sont trois nombres quelconques. Si $a = b$ alors $a + k = b + k$ et $a - k = b - k$

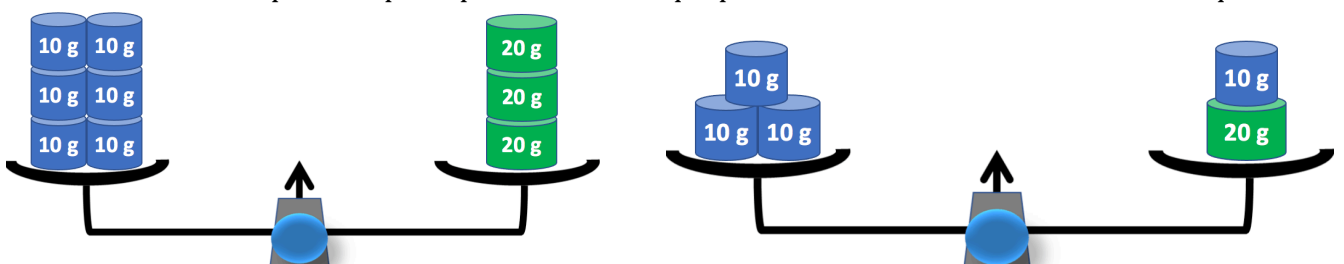
Explication : Si on retire un poids de 10 g des deux plateaux de la balance, la balance reste équilibrée :



Propriété : Une égalité reste vraie lorsqu'on multiplie ou divise par un même nombre **non nul** chacun de ses deux membres.

a , b et k sont trois nombres quelconques. Si $a = b$ alors $a \times k = b \times k$ et $\frac{a}{k} = \frac{b}{k}$

Explication : Si on divise par 2 les poids présents sur chaque plateau de la balance, la balance reste équilibrée.



Exemple : L'équation à résoudre est : $5x - 4 = 3x + 10$

Étape n°1 : regrouper tous les termes « en x » dans un membre de l'équation.

$$5x - 4 - 3x = 3x + 10 - 3x$$

$$5x - 3x - 4 = 3x - 3x + 10$$

$$2x - 4 = 10$$

Étape n°2 : regrouper tous les termes « sans x » dans un membre de l'équation.

$$2x - 4 + 4 = 10 + 4$$

$$2x = 14$$

Étape n°3 : On divise chaque membre de l'égalité par le nombre qui est multiplié à x .

$$\frac{2x}{2} = \frac{14}{2}$$

$$x = 7$$

3) MODÉLISATION D'UNE SITUATION

Méthode : Pour modéliser une situation à l'aide d'une équation, on suit les étapes suivantes :

1. **Choix de l'inconnue** : c'est ce que l'on recherche et que l'on désigne souvent avec la lettre x .
2. **Mise en équation** : on traduit les données de l'énoncé de la situation par une équation.
3. **Résolution** : on résout l'équation en utilisant les propriétés du cours.
4. **Conclusion** : on interprète le résultat en rédigeant une phrase.

Exemple : Catherine a acheté 19 bonbons de trois parfums différents : à la fraise, à la réglisse et à la menthe. Elle constate qu'elle a 4 bonbons à la menthe et deux fois plus de bonbons à la réglisse qu'à la fraise. Combien a-t-elle de bonbons à la fraise ?

1. **Choix de l'inconnue** : Soit x le nombre de bonbons à la fraise.
2. **Mise en équation** :
 - Il y a deux fois plus de bonbons à la réglisse qu'à la fraise, donc le nombre de bonbons à la réglisse est égale à $2x$.
 - Comme il y a 4 bonbons à la menthe, le nombre total de bonbons est donc égal à $x + 2x + 4$.
 - Le nombre total de bonbons est aussi égal à 19. On peut donc écrire l'équation : $x + 2x + 4 = 19$.
3. **Résolution** :

$$x + 2x + 4 = 19$$

$$3x + 4 = 19$$

$$3x + 4 - 4 = 19 - 4$$

$$3x = 15$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{15}{3}$$

$$x = 5$$

4. **Conclusion** : Catherine a donc acheté 5 bonbons à la fraise.

Conseil : vérifie le résultat trouvé.

S'il y a 5 bonbons à la fraise, alors d'après l'énoncé, il y a $2 \times 5 = 10$ bonbons à la réglisse.

Avec les 4 bonbons à la menthe cela fait un total de $5 + 10 + 4 = 19$. On retrouve bien le total de bonbons achetés par Catherine.