RÉVISION DE LA SECONDE

NOTATIONS

- ssi : si et seulement si
- $\in$: appartient à
- $\Longrightarrow$: implique
- $\Leftrightarrow$: est équivalent à

ENSEMBLES DE NOMBRES

- $\mathbb{N}$ est l'ensemble des entiers naturels $= \{0; 1; 2; \ldots\}$
- $\mathbb{Z}$ est l'ensemble des entiers relatifs $= \{\ldots; -2; -1; 0; 1; 2; \ldots\}$
- $\mathbb{D}$ est l'ensemble des décimaux $= \{a \times 10^{-n}, a \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}\}$
- $\mathbb{Q}$ est l'ensemble des rationnels $= \left\{\frac{a}{b}, a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}\right\}$
- $\mathbb{R}$ est l'ensemble des réels

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

INTERVALLES

$x \in [a; b] \Leftrightarrow a \leq x \leq b$ $\qquad$ $x \in [a; +\infty[\Leftrightarrow x \geq a$

$x \in [a; b[\Leftrightarrow a \leq x < b$ $\qquad$ $x \in]-\infty; b] \Leftrightarrow x \geq b$

Soient I et J deux intervalles : $I \cap J$ est l'ensemble des nombres appartenant à I et à J. $I \cup J$ est l'ensemble des nombres appartenant à I ou à J ou au deux à la fois.

CALCULS ET RELATIONS ALGÉBRIQUES

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \Leftrightarrow ad = bc \qquad \frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{ad + bc}{cd} \qquad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

$$a = b \Longrightarrow \begin{cases} a + c = b + c \\ a - c = b - c \\ ac = bc \\ \frac{a}{c} = \frac{b}{c} \; si \; c \neq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} ac = bc \\ et \\ c \neq 0 \end{cases} \Longrightarrow a = b \qquad ab = 0 \Longrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ ou \\ b = 0 \end{cases}$$

$ab > 0$ ssi a et b sont de même signe

Étant donné un tableau de proportionnalité, dont on connaît trois des quatre valeurs : a, b et c, on recherche la quatrième proportionnelle x.

a	b
c	$x = \frac{bc}{a}$

$$a^n a^p = a^{n+p} \qquad \frac{a^n}{a^p} = a^{n-p} \qquad (a^n)^p = a^{np} \qquad a^n b^n = (ab)^n \qquad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$\left(\sqrt{x}\right)^2 = x \qquad \sqrt{x^2} = |x| \qquad \sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b} \qquad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \qquad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \qquad (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

POURCENTAGES

En augmentant une quantité V de $t\%$ on obtient la nouvelle valeur $V \times \left(1 + \frac{t}{100}\right)$

En diminuant une quantité V de $t\%$ on obtient la nouvelle valeur $V \times \left(1 - \frac{t}{100}\right)$

En augmentant une quantité V de $t\%$ puis de $t'\%$, on obtient la nouvelle valeur $V \times \left(1 + \frac{t}{100}\right)\left(1 + \frac{t\prime}{100}\right)$

EQUATIONS ET SYSTÈMES

La solution unique de l'équation $ax + b = c$ est $x = \frac{c-b}{a}$

Résoudre le système de deux équations à deux inconnues $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$, c'est trouver tous les couples (x, y) solutions des deux équations à la fois. Il y a un seul couple de solutions ssi $ab' - a'b \neq 0$.

VECTEURS

- $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$ $\quad + (\vec{v} + \vec{w}) = (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w}$
- $\lambda(\vec{u} + \vec{v}) = \lambda\vec{u} + \lambda\vec{v}$ $\quad (\lambda + \mu)\vec{u} = \lambda\vec{u} + \mu\vec{u}$ $\quad \lambda(\mu\vec{u}) = (\lambda\mu)\vec{u}$ pour tous réels λ et μ
- $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires ssi il existe un réel λ tel que $\vec{u} = \lambda\vec{v}$ ou $\vec{v} = \lambda\vec{u}$.

Dans une base $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$: on considère deux vecteurs $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x', y')$:

- $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires ssi $xx' + yy' = 0$.
- Les coordonnées de $\vec{u} + \vec{v}$ sont $(x + x'; y + y')$ et celles de $\lambda\vec{u}$ sont $(\lambda x; \lambda y)$.
- $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$
- Relation de Chasles : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$
- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ ssi $ABDC$ est un parallélogramme.

DROITES

- La droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$ est l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires.
- Les droites (AB) et (CD) sont parallèles ssi $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.
- Le projeté orthogonal d'un point A sur une droite d est le point H de d tel que $(AH) \perp d$.

Dans un repère $(0, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$:

- Toute droite est définie par une équation cartésienne de la forme : $ax + by + c = 0$ ou a, b et c sont trois nombres réels donnés.
- Le vecteur $\vec{u}(-b; a)$ est un vecteur directeur de la droite d'équation $ax + by + c = 0$.
- L'équation réduite d'une droite est de la forme $y = px + r$. p est le coefficient directeur (ou la pente) de la droite et r est son ordonnée à l'origine.
- Soient les points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$:
  - Les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ sont $(x_B - x_A; y_B - y_A)$.
  - $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.
  - Les coordonnées du milieu de A et B sont $\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

FONCTIONS

Soit une fonction f définie sur un ensemble $\mathcal{D}$ qui à tout réel $x \in \mathcal{D}$ associe le réel $f(x)$.

- f est croissante sur $\mathcal{D}$ <u>ssi</u> pour tous x et y de $\mathcal{D}$, $x < y \Longrightarrow f(x) \leq f(y)$.
- f est décroissante sur $\mathcal{D}$ <u>ssi</u> pour tous x et y de $\mathcal{D}$, $x < y \Longrightarrow f(x) \geq f(y)$.
- f est strictement croissante sur $\mathcal{D}$ <u>ssi</u> pour tous x et y de $\mathcal{D}$, $x < y \Longrightarrow f(x) < f(y)$.
- f est strictement décroissante sur $\mathcal{D}$ <u>ssi</u> pour tous x et y de $\mathcal{D}$, $x < y \Longrightarrow f(x) > f(y)$.
- f est paire sur $\mathcal{D}$ <u>ssi</u> pour tous $x \in \mathcal{D}, f(-x) = f(x)$.
- f est impaire sur $\mathcal{D}$ <u>ssi</u> pour tous $x \in \mathcal{D}, f(-x) = -f(x)$.
- f a un minimum m sur $\mathcal{D}$ ssi il existe $a \in \mathcal{D}$ tel que $m = f(a)$ et si pour tout $x \in \mathcal{D}, f(x) \geq m$.
- f a un maximum M sur $\mathcal{D}$ ssi il existe $b \in \mathcal{D}$ tel que $M = f(b)$ et si pour tout $x \in \mathcal{D}, f(x) \leq M$.
- Une fonction affine f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = px + r$, où p et r sont deux réels.
  - f est croissante si $p > 0$ et décroissante si $p < 0$.
  - La courbe représentative de f est la droite d'équation réduite $y = px + r$.

PROBABILITÉS

- Une expérience est dite aléatoire lorsqu'elle a plusieurs issues (ou résultats) possibles et que l'on ne peut ni prévoir, ni calculer laquelle de ces issues sera réalisée.
- L'ensemble $\Omega = \{x_1,\ x_2,\ \ldots\ x_n\}$ des issues possibles est appelé l'univers de l'expérience aléatoire.
- Un évènement A est un sous-ensemble de l'univers Ω d'une expérience aléatoire. On écrit $A \subset \Omega$.
- Dire qu'une issue x_i de Ω réalise l'évènement A signifie que $x_i \in A$.
- L'ensemble vide, noté $\emptyset$, est appelé évènement impossible : aucune issue n'appartient à $\emptyset$
- L'univers Ω est l'évènement qui contient toutes les issues. Il est appelé évènement certain.
- Soit A un évènement de l'univers Ω. L'évènement contraire de A est formé des issues qui ne réalisent pas A. On le note $\bar{A}$.
- L'intersection des évènements A et B est l'évènement C formé des issues qui réalisent à la fois l'évènement A et l'évènement B. On note : $C = A \cap B$.
- La réunion des évènements A et B est l'évènement C formé des issues qui réalisent l'évènement A ou l'évènement B, c'est-a-dire au moins l'un des deux. On note : $C = A \cup B$.
- Définir une loi de probabilité sur Ω, c'est associer à chaque issue x_i de Ω, un nombre p_i, appelé probabilité de x_i tel que : $0 \leq p_i \leq 1$, pour tous les p_i et $p_1 + p_1 + \cdots + p_n = 1$
- Deux évènements A et B sont incompatibles lorsqu'ils ne peuvent être réalisés tous les deux à la fois, c'est-à-dire que A et B n'ont aucune issue en commun. On écrit : $A \cap B = \emptyset$.
- La probabilité de l'union de deux évènements incompatibles A et B est la somme des probabilités de chaque évènement : $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- La probabilité de l'union de deux évènements A et B est : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- Pour tout évènement A : $P(A) + P(\bar{A}) = 1$ $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$