ÉVALUATION n°3 *Chaque exercice sera noté sur 4 points*	**4 novembre 2019**	**2nde 5**

Exercice n°1 : a et b sont deux nombres réels. Développer et simplifier l'expression $A = (a-b)(a^2+ab+b^2)$

$$A = a(a^2+ab+b^2) - b(a^2+ab+b^2) = a^3+a^2b+ab^2-ba^2-ab^2-b^3 = a^3-b^3$$

Exercice n°2 : $A = 3x+3+(10x+10)(x-2)$. Écrire A en faisant apparaître le facteur commun $x+1$. Puis Démontrer que $A = (x+1)(10x-17)$.

On remarque que $3x+3 = 3(x+1)$ et que $10x+10 = 10(x+1)$. Par conséquent :
$A = 3(x+1)+10(x+1)(x-2) = (x+1)[3+10(x-2)] = (x+1)[3+10x-20] = (x+1)(10x-17)$

Exercice n°3 : a et b désignent deux nombres réels positifs.

a) Justifier que $\left(\sqrt{a+b}\right)^2 = a+b$. Puis justifier que $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2 = a+b+2\sqrt{ab}$

Par définition de la racine carrée : $\left(\sqrt{a+b}\right)^2 = \sqrt{a+b}\times\sqrt{a+b} = a+b$.

$\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2 = \left(\sqrt{a}\right)^2 + 2\sqrt{a}\sqrt{b} + \left(\sqrt{b}\right)^2 = a+2\sqrt{ab}+b$

b) En déduire que $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a}+\sqrt{b}$ si : a et b sont tous les deux non nuls.

Si a et b sont tous les deux non nuls alors $ab > 0 \Longrightarrow \sqrt{ab} > 0 \Longrightarrow 2\sqrt{ab} > 0 \Longrightarrow b+2\sqrt{ab} > b$
$\Longrightarrow a+b+2\sqrt{ab} > a+b \Longrightarrow \left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2 > \left(\sqrt{a+b}\right)^2 \Longrightarrow \sqrt{a}+\sqrt{b} > \sqrt{a+b}$ car $\sqrt{a}+\sqrt{b} > \sqrt{a+b}$ sont tous les deux positifs.

Exercice n°4 : Voici deux algorithmes :

Algorithme 1	**Algorithme 2**
$A \leftarrow 3x-2$	$C \leftarrow 8x$
$B \leftarrow 2-x$	$D \leftarrow x-1$
$y \leftarrow A^2-B^2$	$y \leftarrow C\times D$

a) Calculer la valeur de y déterminée par chaque algorithme lorsque la variable x est 10.

$A = 3\times10-2 = 28 \quad B = 2-10 = -8 \quad y = 28^2-(-8)^2 = 784-64 = 720$

$C = 8\times10 = 80 \quad D = 10-1 = 9 \quad y = 80\times9 = 720$

b) Serge conjecture : « Pour tout nombre x, les deux algorithmes calculent le même nombre y. La conjecture est-elle exacte ? Justifier.

Algorithme 1 **:** $y = A^2-B^2 = (3x-2)^2-(2-x)^2 = 9x^2-12x+4-4+4x-x^2 = 8x^2-8x$

Algorithme 2 : $y = C\times D = 8x\times(x-1) = 8x(x-1) = 8x^2-8x$.

Conclusion : la conjecture proposée par Serge est démontrée.

Exercice n°5 :

n désigne un nombre entier relatif. On pose $S = \dfrac{2^2\times3^3\times4^4\times5^5\times6^6}{60^n}$

a) Déterminer les décompositions de 4, de 4^4, de 6, de 6^6 et de 60 en facteurs premiers.

La décomposition de 4 en facteurs premiers donne : $4 = 2^2$. Donc $4^4 = (2^2)^4 = 2^8$

La décomposition de 6 en facteurs premiers donne : $6 = 2\times3$. Donc $6^6 = (2\times3)^6 = 2^6\times3^6$

La décomposition de 60 en facteurs premiers donne : $60 = 2^2\times3\times5$.

b) En déduire que : $S = 2^{16-2n}\times3^{9-n}\times5^{5-n}$

$60^n = (2^2\times3\times5)^n = 2^{2n}\times3^n\times5^n$. Ce qui donne pour S :

$$S = \frac{2^2\times3^3\times2^8\times5^5\times2^6\times3^6}{2^{2n}\times3^n\times5^n} = \frac{2^{2+8+6}\times3^{3+6}\times5^5}{2^{2n}\times3^n\times5^n} = \frac{2^{16}\times3^9\times5^5}{2^{2n}\times3^n\times5^n} = 2^{16-2n}\times3^{9-n}\times5^{5-n}$$