FICHE 6 Perfectionnement

Deux calculs

- Exprimer $A = 9 \times 10^5 + 10^5$ avec une seule puissance de 10.

$A = (9+1) \times 10^5 = 10 \times 10^5 = 10^{5+1} = 10^6$

- Développer et réduire $B = \frac{1}{4}(x+1) + \frac{1}{2}x$.

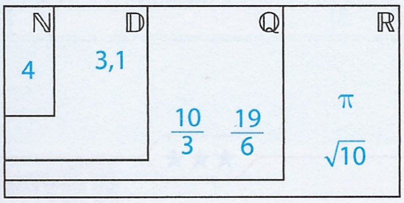
$B = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}x = \frac{1}{4}x + \frac{2}{4}x + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$

★★

1 Compléter un schéma

Chercher Raisonner

Compléter ce schéma avec six nombres qui appartiennent à l'intervalle $]3 ; 4]$ (au moins un par ensemble).



2 Étudier une période

Raisonner Calculer

1. Effectuer à la calculatrice les divisions de :

- 1 par 7 ;
- 1 par 11 ;
- 1 par 19.

Donner la période de chacun des quotients $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{11}$ et $\frac{1}{19}$ si possible.

- $\frac{1}{7} = 0{,}\mathbf{142\,857}\,142\,857\,142\,857\ldots$

La période est 142 857 et sa longueur est 6.

- $\frac{1}{11} = 0{,}\mathbf{09}0\,\mathbf{9}09\,0\mathbf{9}0\,\mathbf{9}\ldots$

La période est 09 et sa longueur est 2.

- $\frac{1}{19} \approx 0{,}052\,631\,578\,95$.

Ce nombre est rationnel, donc son écriture décimale a une période mais on ne peut pas la lire ici.

2. n désigne un nombre de $\mathbb{N}^*$ tel que $\frac{1}{n}$ **n'est pas un nombre décimal.**

a. Lorsque l'on effectue la division de 1 par n, combien y a-t-il à chaque étape de valeurs possibles pour le reste ?

$n - 1$ valeurs $(1 ; 2 ; 3 ; \ldots ; n-1)$

b. Expliquer pourquoi $\frac{1}{n}$ admet une écriture périodique.

Comme il y a $n-1$ restes possibles, deux restes seront obligatoirement égaux dès que l'on aura effectué n divisions et l'on obtient donc une écriture périodique.

3. Quelle peut-être la longueur maximum de la période d'un nombre rationnel $\frac{a}{b}$ (avec $b \neq 0$) ? $b - 1$

3 Déterminer un chiffre

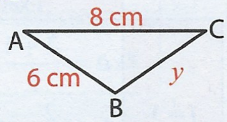
Modéliser Calculer

$\frac{25}{13} = 1{,}\mathbf{923\,076}\,923\,076\ldots$ La longueur de la période est 6.

- $32 = 5 \times 6 + 2$ donc le 32e chiffre est le 2e chiffre de la période 923 076 à savoir 2.
- $106 = 17 \times 6 + 4$ donc le 106e chiffre est le 4e chiffre de la période 923 076 à savoir 0.

4 Utiliser l'inégalité triangulaire

Raisonner Calculer



ABC est un triangle non aplati tel que AB = 6 cm et AC = 8 cm.

a. Utiliser l'inégalité triangulaire pour donner un encadrement de la longueur y, en cm, du côté [BC] (envisager les deux cas possibles).

b. Traduire cet encadrement par une inégalité du type $|y - a| < r$.

a. • Si [BC] est le plus long côté,
BC < AB + AC c'est-à-dire $y < 6 + 8$,
soit $y < 14$.

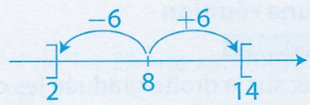
• Si [AC] est le plus long côté,
AC < AB + BC c'est-à-dire $8 < 6 + y$
soit $8 - 6 < y$
à savoir $y > 2$.

• Finalement $2 < y < 14$.

b. Le centre de l'intervalle $]2 ; 14[$ est $\frac{2+14}{2}$ c'est-à-dire 8.

$8 - 2 = 14 - 8 = 6$.

Donc $|y - 8| < 6$.



5 Utiliser une relation

Chercher Calculer

Quand on lâche une bille d'une hauteur h, en m, la durée t, en s, de sa chute est donnée par la relation $t^2 = \frac{2h}{9{,}81}$.

Une pierre tombe d'une falaise de hauteur 80 m.

Donner un encadrement décimal d'amplitude 10^{-2} de la durée t, en s, de la chute.

$t^2 = \frac{2 \times 80}{9{,}81}$ c'est-à-dire $t = \sqrt{\frac{160}{9{,}81}}$ (car t positif).

Donc $4{,}03 \text{ s} < t < 4{,}04 \text{ s}$.